zadanie 22.7

Dane:

$\rho = 14 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$

$s = 0{,}8\ mm^2 = 0{,}8 \cdot 10^{-6}\ m^2 = 8 \cdot 10^{-7}\ m^2$

$B = 0{,}02\ T$

$d = 28\ cm = 0{,}28\ m$

Szukane:

$Q = ?$

Korzystając z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya otrzymujemy wzór:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$\mathcal{E}$ - siła elektromotoryczna powstająca w ramce

$\Delta \Phi$ - zmiana strumienia indukcji magnetycznej

Δt - zmiana czasu

Strumień wektora indukcji magnetycznej przedstawiamy wzorem:

$$\Phi = \vec{B} \circ \vec{S}$$

Φ - strumień wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$ przechodzącego przez dowolną powierzchnię, której wektor powierzchniowy $\vec{S}$

W naszym przypadku podane mamy, że pętle z drutu wsuwamy prostopadle do linii pola magnetycznego. Oznacza to, że wektor powierzchniowy pętli, przez którą przechodzi pole magnetyczne jest równoległy do wektora indukcji magnetycznej. Możemy zapisać, że:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0^\circ$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot 1$$

$$\Phi = B \cdot S$$

Powierzchnia na którą działa siła pole magnetyczne jest kołem o średnicy d. Możemy zatem zapisać, że:

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2$$

$$S = \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot d^2$$

Wówczas gdy ramka nie znajduje się w polu magnetycznym to strumień indukcji, która ją obejmuje jest zerowy

$$\Phi_1 = 0$$

Natomiast po wsunięciu w pole magnetyczne będzie miał postać:

$$\Phi_2 = B \cdot \frac{1}{4} \pi d^2$$

Zatem zmiana strumienia ma postać: $\boxed{\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1}$

$$\Delta\Phi = \frac{1}{4}\pi B d^2 - 0$$

$$\boxed{\Delta\Phi = \frac{1}{4}\pi B d^2}$$

Nas interesuje szybkość zmiany strumienia, czyli wartość bezwzględna SEM, zatem możemy ją wyrazić jako:

$$|\mathcal{E}| = \frac{|-\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

$$|\mathcal{E}| = \frac{|-\frac{1}{4}\pi B d^2|}{\Delta t}$$

$$\boxed{|\mathcal{E}| = \frac{\frac{1}{4}\pi B d^2}{\Delta t}}$$

~~Ponieważ~~ Przy czym czas zmian odpowiada czasowi jaki upłynął od początku ruchu ramki. Dlatego możemy zapisać

$$\boxed{|\mathcal{E}| = \frac{\pi B d^2}{4t}}$$

Siłę elektromotoryczną można również przedstawić wzorem:

$$\boxed{\mathcal{E}' = I \cdot R}$$

$\mathcal{E}'$ - siła elektromotoryczna

I - natężenie prądu w przewodniku o oporze R

Opór przewodnika przedstawiamy wzorem:

$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{s}}$$

R - opór przewodnika o oporze właściwym ρ, długości l i polu przekroju poprzecznego s

Długość przewodnika będzie miała postać:

$$l = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$l = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot d$$

$$\boxed{l = \pi d}$$

Natężenie prądu w przewodniku opisujemy wzorem:

$$\boxed{I = \frac{Q}{t}}$$

I - natężenie $\quad Q$ - ładunek $\quad t$ - czas przepływu

Wówczas siła elektromotoryczna przyjmie postać:

$$\varepsilon' = I \cdot R$$

$$\varepsilon' = \frac{Q}{t} \cdot \rho \cdot \frac{l}{s}$$

$$\varepsilon' = \frac{Q \cdot \rho \cdot l}{s \cdot t}$$

$$\boxed{\varepsilon' = \frac{Q \cdot \rho \cdot \pi \cdot d}{s \cdot t}}$$

Porównując oba wzory na siłę elektromotoryczną wyznaczamy wartość ładunku przepływającego przez pętlę:

$$\varepsilon' = |\varepsilon|$$

$$\frac{\cancel{\pi} \cdot \rho \cdot \cancel{d} \cdot Q}{s \cdot \cancel{t}} = \frac{\cancel{\pi} \cdot B \cdot d^{\cancel{2}}}{4 \cancel{t}} \quad / \cdot s$$

$$\rho Q = \frac{Bds}{4} \quad / : \rho$$

$$\boxed{Q = \frac{Bds}{4\rho}}$$

Podstawiamy dane liczbowe do wzoru:

$$Q = \frac{0{,}02\,T \cdot 0{,}28\,m \cdot 8 \cdot 10^{-7}\,m^2}{4 \cdot 14 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m} = \frac{0{,}0448 \cdot 10^{-7}\,T \cdot m^3}{56 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m} = \frac{0{,}0448 \cdot 10^{-7}\,\frac{V \cdot s}{m^2} \cdot m^3}{56 \cdot 10^{-8}\,\frac{V}{A} \cdot m} =$$

$$= \frac{0{,}0448 \cdot 10^{-7}\,V \cdot s \cdot m}{56 \cdot 10^{-8}\,\frac{V}{A} \cdot m} = 0{,}0008 \cdot 10\,A \cdot s = 0{,}008\,\frac{C}{s} \cdot s = 0{,}008\,C = \boxed{8\,mC}$$