

## ZADANIE 16.7

Ciało wyrzucono z Ziemi z drugą prędkością kosmiczną. Pomini atmosferę Ziemi.

a) Wyprośadź wzór pokazujący zależność energii kinetycznej ciała od jego odległości  $x$  od powierzchni Ziemi:

$E_k(x)$ . Dane są  $E_k(0)$  i promień Ziemi  $R$ .

b) W jednym układzie współrzędnych narysuj wykresy zależności  $E_k(x)$ ,  $E_p(x)$ :  $E(x)$ , gdzie  $E_p$  jest energią potencjalną ciała, a  $E$  - jego całkowitą energią mechaniczną.

c) Oblicz, w jakiej odległości  $x$  od powierzchni Ziemi energia kinetyczna ciała jest  $n$  razy mniejsza niż na powierzchni Ziemi.

a) ciało wyrzucamy z powierzchni Ziemi z drugą prędkością kosmiczną, więc szybkość ciała na powierzchni to:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$R$  - stała grawitacji  $M$  - masa Ziemi  $R$  - promieniem Ziemi

energia kinetyczna ciała na powierzchni Ziemi:

$$E_k(0) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{2GM}{R}}\right)^2 = \frac{1}{2}m\frac{2GM}{R} = \frac{GMm}{R}$$

Energia potencjalna ciała na powierzchni Ziemi:

$$E_p(0) = -\frac{GMm}{R} = -E_k(0)$$

Energia kinetyczna ciała na pewnej odległości od powierzchni Ziemi wynosi  $E_k(x)$ , energię potencjalną można przedstawić wzorem:

$$E_p(x) = -\frac{GMm}{R+x} = -\frac{GMm}{R}\frac{R}{R+x} = -E_k(0)\frac{R}{R+x}$$

Korzystając z zasady zachowania energii otrzymamy wzór na zależność energii kinetycznej ciała od jego odległości od powierzchni Ziemi:

$$E_k(x) + E_p(x) = E_k(0) + E_p(0)$$

$$E_k(x) - E_k(0)\frac{R}{R+x} = E_k(0) - E_k(0)$$

$$E_k(x) - \frac{E_k(0)R}{R+x} = 0 \quad | + \frac{E_k(0)R}{R+x}$$

$$E_k(x) = \frac{E_k(0)R}{R+x}$$