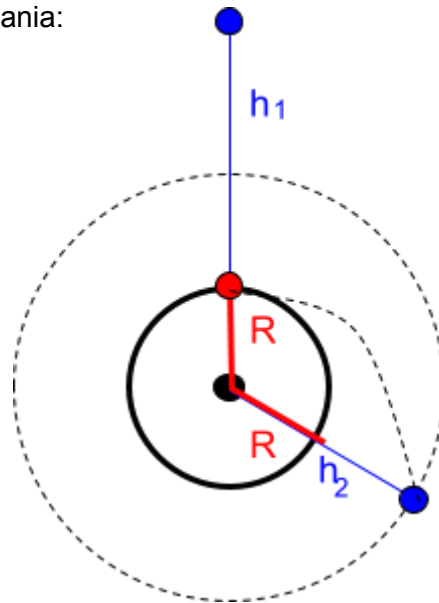


### ZADANIE 16.13

Dwa ciała wyrzucano z powierzchni Ziemi, pierwsze pionowo w górę, drugie poziomo. Szybkości początkowe obu ciał są równe i zawarte między wartościami pierwszej i drugiej prędkości kosmicznej ( $v_I < v_0 < v_{II}$ ). Skorzystaj z zasady zachowania energii całkowitej i wykaż, że maksymalna odległość pierwszego z tych ciał od środka Ziemi jest większa niż drugiego. Pomiń opór atmosfery Ziemi.

Rysunek pomocniczy do zadania:



Ciała zostały wyrzucane z powierzchni Ziemi z prędkością większą od pierwszej prędkości kosmicznej i mniejszą od drugiej prędkości kosmicznej. Oznacza to, że po oderwaniu od powierzchni Ziemi ciała na pewno nie opuszczą obszaru oddziaływania pola grawitacyjnego Ziemi.

Ciało wyrzucane pionowo, będzie wznosić się a jego prędkość będzie maleć do zera kiedy osiągnie maksymalną odległość  $h_1$  od Ziemi. Następnie ciało zacznie opadać na powierzchnię Ziemi.

Tor ruchu drugiego ciała będzie zakrzywiany przez siłę grawitacji i ciało wytraci część prędkości wchodząc na pewną orbitę wokół Ziemi w odległości  $h_2$  od powierzchni Ziemi.

Początkowa energia całkowita obu ciał będzie taka sama i równa sumie energii potencjalnej  $E_{p0}$  i kinetycznej  $E_{k0}$  ciał.

Potrzebne informacje:

$$E_{p0} = - \frac{GMm}{R}$$

G- stała grawitacji

M- masa Ziemi

m - masa ciała

R - promień Ziemi

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$$

$v_0$  = prędkość jaką nadano ciałom

Końcowa energia całkowita dla ciała pierwszego (wyrzuczonego pionowo) będzie równa jego maksymalnej energii potencjalnej  $E_{p1}$ :

$$E_{p1} = - \frac{GMm}{R + h_1} = - \frac{GMm}{H_1}$$

$H_1$  - maksymalna odległość pierwszego ciała od środka Ziemi

Końcowa energia całkowita dla ciała drugiego (wyrzuczonego poziomo) będzie równa sumie jego energii kinetycznej  $E_{k2}$  i potencjalnej  $E_{p2}$  jaka osiągnie po wejściu na daną orbitę.

$$E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2}$$

$v_2 < v_0$  - prędkość z jaką ciało drugie będzie obiegać Ziemię

$$E_{p2} = - \frac{GMm}{R + h_2} = - \frac{GMm}{H_2}$$

$H_2$  - maksymalna odległość drugiego ciała od środka Ziemi

Korzystamy z zasady zachowania energii całkowitej dla ciała pierwszego:

$$E_{p0} + E_{k0} = E_{p1}$$

Korzystamy z zasady zachowania energii całkowitej dla ciała drugiego:

$$E_{p0} + E_{k0} = E_{k2} + E_{p2}$$

Więc:

$$E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$
$$-\frac{GMm}{H_1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GMm}{H_2}$$
$$\frac{GMm}{H_1} = -\frac{mv_2^2}{2} + \frac{GMm}{H_2}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} > 0$$

Energia kinetyczna jest dodatnia, stąd otrzymujemy:

$$\frac{GMm}{H_1} < \frac{GMm}{H_2}$$
$$\frac{1}{H_1} < \frac{1}{H_2}$$
$$H_1 > H_2$$

Wykazaliśmy, że maksymalna odległość  $H_1$  pierwszego ciała od środka Ziemi jest większa od maksymalnej odległości  $H_2$  drugiego ciała od środka Ziemi.